

TEMAS:

- Representación numérica
- Diferencias entre representaciones analógicas y digitales
- Sistemas de numeración
- Estructura y forma de representaciones decimales
- Motivo de la utilización de la lógica binaria
- Complementos
- Conversión entre sistemas

Representación numérica

El hombre en su vida diaria se comunica, maneja y almacena información. La información se representa en base de símbolos. Estos símbolos son desde el punto de vista numérico: el sistema decimal y desde el punto de vista alfabético: un determinado idioma. En base a un alfabeto convencional, cualquiera, sobre el que establezcamos un acuerdo cultural de entendimiento entre el que escribe y el que lee; podemos representar así, cualquier información compuesta de palabras y cantidades numéricas. La computadora, debido a su construcción basada fundamentalmente en circuitos electrónicos digitales, lo hace desde ambos puntos de vista con el sistema binario, por lo tanto la información que es ingresada proveniente de cualquiera de los puntos de vista antes enunciados, debe ser volcada a dicho sistema. Un alfabeto no es más que un conjunto fijado, por acuerdo cultural, de símbolos elementales en base a los cuales se forma la información. Cualquier alfabeto se fija arbitrariamente, y esto es muy importante, porque si la informática ha logrado el tratamiento automático de la información con máquinas, ha sido gracias a este concepto. Por lo explicado anteriormente se entiende que no es necesario que el alfabeto que usa una máquina en su interior sea el mismo que utiliza el hombre que la ha construido y la maneja, basta con que la transliteración de los símbolos internos a los externos o viceversa se efectúe de una manera cómoda. A ser posible automáticamente por la propia máquina.

Diferencias entre representaciones analógicas y digitales

Las operaciones de contar y medir se refieren a aspectos distintos de la realidad. Servirán de base para intentar comprender los conceptos de digital y analógico.

Respondiendo a la pregunta cuántos, el hombre cuenta entes discretos, separables, aislables; mientras que para contestar el interrogante cuánto, debe medir magnitudes físicas continuas, tales como el tiempo, la longitud, la temperatura, la velocidad, la corriente eléctrica, etc.

La información resultante de tales operaciones comúnmente luego se representa mediante símbolos o sonidos numéricos, o alguna otra forma fácil de transmitir y comprender rápidamente.

Si entre dos puntos de una recta solo interesan aquellos que representan a los números naturales (1, 2, ..., 10), que son un subconjunto de los números reales, se asignaran números a puntos aislados, discretos, separados a igual distancia. Entre dos números naturales sucesivos no existe otro número natural intermedio, sino una discontinuidad, separación o salto que debe salvarse entre ellos, situación que caracteriza a cualquier conjunto de elementos discretos.

Esto mismo ocurre entre dos dígitos (dígitos) contiguos; de ahí el origen de la palabra digital como sinónimo de discreto, separado, discontinuo, que muchas veces se usa con independencia de la naturaleza y / o número de entes discretos en cuestión.

La denominación dígito se ha conservado para indicar cada uno de los símbolos separados que combinados

representan los números.

Por ejemplo:

En un contador o ábaco decimal, representan las unidades, decenas, etc de un número decimal alambres separados, cada uno contiene cuentas o bolillas individuales.

Un contador mecánico contiene ruedas de diez dientes.

O cuatro llaves rotativas, de diez pasos o posiciones discretas cada una.

En los tres casos aparecen piezas aisladas (alambres, ruedas, llaves) y cada una a su vez consta de elementos o estados discretos (cuentas, dientes, pasos).

Cada pieza aporta información por separado, según su ubicación en el conjunto y el estado o posición relativa de sus elementos, siendo siempre posible representar las posiciones del conjunto de piezas mediante los dígitos de un número decimal, que en el contador mecánico aparecen expresamente en su ventanilla. Decimos que se trata de información digital decimal o información en forma digital decimal. Ej. : las calculadoras mecánicas decimales son máquinas digitales, debido a la información con la que operan.

Interesan particularmente la información digital que pueden suministrar piezas de información BINARIAS, que constan de DOS posiciones o estados discretos.

Una llave de dos posiciones SI/NO es un dispositivo binario, igual que una lámpara eléctrica que puede estar o no encendida. Observando el estado de cada lámpara de un conjunto puede conocerse tanto la posición de un ascensor como la marcha de un proceso industrial;

Otra vez encontramos piezas separadas (lámparas, llaves SI/NO), que dan información según su ubicación en un conjunto y en cual de dos estados se encuentra.

Si empleamos arbitrariamente el símbolo 1 para indicar una llave en SI o una lámpara encendida, y el símbolo 0 para las situaciones contrarias, cada combinación de estados de llaves o lámparas queda simbolizada por una combinación ordenada de unos y ceros que le corresponde.

Por ejemplo 1001 significaría que las lámparas externas están encendidas y las dos centrales no. Los dígitos binarios solo pueden valer 0 ó 1, cada uno llamado BIT (de Binary Digit).

Por consiguiente siempre se podrá representar mediante los bits o dígitos de un número binario los estados individuales de un conjunto de dispositivos binarios que constituyen piezas de información discretas. Se trata de información digital binaria o simplemente información binaria.

En síntesis podríamos decir que la diferencia entre información digital y analógica es que la información digital es una forma de representar la información con varios números (discretos), lo cual reproduce un valor en forma de un número codificado. La información analógica en cambio representa las propiedades reales de un sistema por elementos relacionados entre si de modo que reproduzcan la estructura de ese sistema, es decir, lo hace en forma continua.

Sistemas de numeración

La representación simbólica de conjuntos de objetos numéricamente determinados adopta distintas formas según cada cultura.

Cuando hizo falta simbolizar muchos elementos se trato de emplear la menor cantidad de caracteres, estableciendo operaciones implícitas entre los símbolos. Los romanos usaban un sistema de símbolos de valor crecientes: I, V, X, L, C, D, M, etc., que se agrupaban de derecha a izquierda, sumándose o restándose entre sí, según estén o no el orden creciente:

CXVII = cien + diez + cinco + uno + uno

Pueblos americanos y orientales desarrollaron sistemas numéricos posicionales, usando un conjunto fijo de símbolos, con las siguientes características:

- Consta de un número finito de símbolos distintos, numero que define la base o raíz de cada sistema.
- Cada símbolo aislado representa un numero especificado de unidades.
- Existe un símbolo (cero) para indicar ausencia de elementos o representar.
- Formando parte de un numero compuesto por varios símbolos, un mismo símbolo tiene una significación o peso distinto según su posición.
- La posición extrema derecha corresponde a unidades (peso 1); a partir de ella cada posición tiene el peso de la que esta a su derecha multiplicada por la base.
- Los símbolos pueden ordenarse en forma monótona creciente.

El estudio de las computadoras y del procesamiento de datos requiere algún conocimiento de los sistemas numéricos, ya que estos constituyen la base de todas las operaciones de una computadora. Los sistemas numéricos difieren en cuanto a la disposición y al tipo de los símbolos que utilizan. En este tema se analizaran los sistemas decimales, binario, hexadecimal y octal.

En síntesis el sistema de numeración es un conjunto de símbolos utilizados para la representación de cantidades, así como las reglas que rigen dicha representación.

- Sistema decimal (se lo explica en el punto cuatro)
- Sistema Binario

El sistema numérico binario (de base 2) usa solamente dos símbolos diferentes, 0 y 1, que significan ninguna unidad y una unidad respectivamente. A diferencia del sistema decimal, el valor relativo de los dígitos binarios a la izquierda del dígito menos significativo aumenta en una potencia de dos cada vez, en lugar de hacerlo en potencias de diez.

Específicamente, los valores de posición de la parte entera de un numero binario son las potencias no negativas de dos: 2^0 2^1 2^2 2^3 (de derecha a izquierda).

Y los valores de posición de la parte fraccionaria de un numero binario son las potencias negativas de dos: 2^{-1} 2^{-2} 2^{-3} (de izquierda a derecha).

Por ejemplo, el numero binario 1101,11 significa:

$$\begin{aligned} 1101,11 &= 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} \\ &= 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,25 \\ &= 13,75 \text{ (en el sistema decimal)} \end{aligned}$$

Este es además el sistema de numeración que utiliza internamente el hardware de las computadoras actuales. Cada dígito de un numero representado en este sistema se denomina bit. Se suelen utilizar con nombre propio

determinados conjuntos de dígitos binarios:

- ◆ Cuatro bits se denominan cuarteto o nibble (ej. 1001).
- ◆ Ocho bits octeto o byte (ej. 10010110)
- ◆ Al conjunto de 1024 bytes se lo llama Kilobyte o simplemente KB.
- ◆ 1024 Kilobytes forman el llamado Megabyte (MB).
- ◆ 1024 Megabytes se denomina Gigabyte (GB).
- ◆ 1024 Gigabytes se denomina Terabyte (TB).

La razón por la que se utiliza el factor multiplicador 1024 en lugar de 1000, como sucede en otras magnitudes físicas, es por ser la potencia de 2 mas próxima a 1000, cuestión muy importante desde el punto de vista electrónico.

El byte es considerado como la unidad básica de medida de la información representada en este sistema.

• Sistemas en base 16 y 8

El sistema binario consta de una larga sucesión de 1 y 0 engorrosos para leer, siendo su escritura propensa a errores de transcripción.

Estos sistemas permiten:

- Representar un mismo numero con menos símbolos que en binario, lo cual a su vez redundante en una manipulación más veloz y con menos errores de lectura y escritura para el hombre.
- Pasar en forma directa y sencilla de cualquiera de ellas a binario y viceversa por se una base potencia de la otra.

Sistema Hexadecimal

La notación hexadecimal requiere el uso de 16 símbolos para representar 16 valores numéricos. Dado que el sistema decimal proporciona solamente 10 símbolos numéricos (de 0 a 9), se necesitan 6 símbolos adicionales para representar los valores restantes. Se han adoptado para este fin las letras A, B, C, D, E y F, aunque podrían haberse utilizado cualesquiera otros símbolos. La lista completa de símbolos hexadecimales consta, por lo tanto, del 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E y F, en orden ascendente de valor. Como muestra la tabla al final de la enumeración de todos los sistemas de numeración, los números decimales, hexadecimales, binarios y octales equivalentes (hasta el numero 25). Nótese que al alcanzarse el numero decimal 16, se terminan los símbolos hexadecimales y se coloca un 1 de acarreo delante de cada símbolo hexadecimal en el segundo ciclo, que abarca los números decimales de 16 a 25.

El significado de los números hexadecimales se hace evidente con el desarrollo en potencias de 16.

Sistema Octal

Emplea los símbolos del 0 al 7, de igual significado que los similares decimales para formar los números, de acuerdo a la tabla. En este caso se tendrían hasta 7 recipiente de cada tipo, siendo los de un tipo 8 veces mayores que el anterior: (1), (8), (64), (512), (4096),..., o sea se halla multiplicando por 8 el precedente.

<i>DECIMAL</i>	<i>BINARIO</i>	<i>OCTAL</i>	<i>HEXADECIMAL</i>
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2

3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13
20	10100	24	14
21	10101	25	15
22	10110	26	16
23	10111	27	17
24	11000	30	18
25	11001	31	19

Estructura y forma de representaciones decimales

El más importante factor en el desarrollo de la ciencia y la matemática fue la invención del sistema decimal de numeración. Este sistema utiliza 10 símbolos: 0 al 9, denominados generalmente números arábigos. La costumbre de contar con decenas se origina probablemente en el hecho de tener el hombre diez dedos. Que combinados permiten simbolizar los números, conforme a una convención que atribuye un valor individual y otro posicional a cada símbolo. Este sistema es uno de los denominados sistemas posicionales. El significado de sus símbolos depende fundamentalmente de su posición relativa al símbolo coma (,) denominado coma decimal, que en caso de ausencia se supone colocada implícitamente a la derecha.

Las unidades de primer orden reciben el nombre de unidades. Así, los números uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve constituyen unidades del primer orden. Cuando alcanzamos el número de diez unidades del primer orden tenemos una decena, que es la unidad de segundo orden.

Si a una decena le seguimos añadiendo unidades del primer orden obtenemos los números once, doce, trece, catorce, etc., hasta alcanzar el número veinte que equivalen a dos decenas. De modo análogo se van obteniendo los números veintiuno, veintidós, etc., hasta alcanzar el número treinta que equivale a tres decenas. De modo similar se van obteniendo los números hasta llegar al noventa que equivale a nueve decenas.

En el momento que alcanzamos el número cien, equivalente a diez decenas, ya tenemos una unidad de tercer orden. Obsérvese que una unidad de tercer orden equivale a diez unidades de segundo orden (decenas) y a cien unidades de primer orden (unidades).

Si continuamos añadiendo números al cien obtendremos ciento uno, ciento dos, etc., y así hasta llegar al doscientos que es igual a dos centenas. Se sigue el mismo método y razonamiento para las demás unidades, como ser:

1000 = diez centenas (unidad de cuarto orden o millar)

10000 = diez millares (unidad de quinto orden o decena de millar que es igual a diez millares)

Y así hasta infinito.

Por ejemplo en numero 202 representa un conjunto de objetos, constituidos por subconjuntos discriminados en 2 centenas, 0 grupos de 100, mas ninguna decena o agrupamiento de 10 objetos, mas 2 unidades, 0 grupos de 1, sin que existan agrupamientos de miles u otros múltiplos de 10 mayores. El símbolo 2, que siempre se referirá a 2 subconjuntos de un cierto tipo, en un caso hace mención a 2 unidades y en otro a 2 centenas de objetos, según su ubicación relativa.

Motivo de la utilización de la lógica binaria

Cuando los símbolos de un alfabeto A1 son transcritos a un alfabeto que solo tiene dos símbolos diremos que temos un sistema de codificación binaria. El verdadero motivo para utilizar un alfabeto de codificación tan pobre es de tipo técnico. Hay una verdadera dificultad técnica en usar dispositivos físicos que puedan diferenciar con el debido grado de fiabilidad mas de dos estados claramente separados en cualquier circunstancia y frente a cualquier posible perturbación. Desde hace muchos años se esta estudiando, se esta investigando la posibilidad de construir dispositivos automáticos que puedan disponer de mas de dos estados estables con la deseada fiabilidad y rapidez de detección, pero la verdad es que hasta hoy, cuando lo consiguen es a costa de enormes costos. Se debe recurrir, por lo tanto a dispositivos físicos biestables (con dos estados físicos diferenciados en forma clara y estable).

Por ejemplo:

Corriente eléctrica: distinguir entre 10 o mas niveles de voltaje o intensidad, es altamente delicado y claro. Distinguir entre dos extremos de pasa / no pasa corriente es muy económico y concede un amplio margen de tolerancia.

Existen por lo tanto razones que determinan la necesidad que la información sea codificada:

- Debido a la transmisión automática de la información.
- Necesidad de abreviar la estructura.
- Hacer secreta e ininteligible la información que se codifica. Se trata de hacer críptico un mensaje plasmándolo en un sistema de codificación que el emisor y el receptor conocen pero que un posible interceptor desconocerá.

Complementos

Los complementos aritméticos se presentan en dos situaciones aparte, pero relacionadas. Mientras que los seres humanos usan los dígitos + y - para denotar números positivos y negativos, el computador puede procesar datos en términos de bits. Aunque es posible reservar un bit para denotar el signo de un numero (digamos, 0 para + y 1 para -), muchos computadores almacenan números negativos en forma de su complemento aritmético.

Los complementos también aparecen en la operación de substracción. En efecto, los complementos se pueden usar para reducir la substracción a una adición. Esto es especialmente útil para evitar la posibilidad de prestar

repetidamente de una columna a otra.

Hay dos tipos de complementos, el complemento a la base–menos–uno y el complemento a la base. (el termino complemento en si significa el complemento a la base). Primero discutimos estos complementos en el familiar sistema decimal, en donde se llaman respectivamente complemento a 9 y complemento a 10. Después, los discutiremos en el sistema binario, donde se llaman complemento a unos y complemento a doces, respectivamente.

La resta puede lograrse por medio de la suma de complementos. El complemento de 10 de un número dado es la diferencia entre dicho numero y la potencia de 10 inmediatamente superior.

Algunas restas usando complementos tanto de 10 como de 9.

Restar 42 de 68.

Resta normal Resta por medio del complemento de 10

$$\begin{array}{r} 68 \\ - 42 \\ \hline 26 \end{array}$$

68 100 68

$$\begin{array}{r} 68 \\ - 42 \\ \hline 26 \end{array}$$

26 58 = 1 26

Elimínese el dígito de orden mas alto que aparece al sumar el complemento

Resta por medio del complemento de 9

$$\begin{array}{r} 99 \\ - 42 \\ \hline 57 \end{array}$$

99 68

$$\begin{array}{r} 99 \\ - 42 \\ \hline 57 \end{array}$$

57 1 25

$$\begin{array}{r} 57 \\ + 1 \\ \hline 58 \end{array}$$

+ 1

= 26

Cuando se usa complementos de nueve, el dígito adicional que resulta no se elimina, si no que se suma a la posición de unidades. Este procedimiento se conoce como transporte cíclico.

Resta binaria por complemento

Este es el método más eficiente para realizar subtracciones, y consiste en sumar al minuendo el complemento del sustraendo. Luego, la unidad que excedió la longitud del minuendo, se elimina de la izquierda y se suma a la cifra de las unidades. (prestar atención siempre a las posiciones decimales).

Ej. :

$$\begin{array}{r} 100011,101 \\ - 10101 \\ \hline \end{array}$$

100011,101 (minuendo)

- 10101 (sustraendo)

Los pasos a seguir son:

- Si la cantidad de dígitos del sustraendo es menor que la del minuendo se completa el sustraendo con ceros a la izquierda de la parte entera, y a la derecha de la parte decimal (encolumnar por la coma).
- Se halla el complemento del sustraendo, restando este valor del máximo valor binario con la misma longitud que el minuendo.

111111,111

– 010101,000

101010,111 (complemento)

En el sistema binario el complemento también puede hallarse cambiando cada dígito del sustraendo por su opuesto, es decir, el 1 se convierte en 0, y viceversa.

- Se suma al minuendo el complemento del sustraendo.

100011,101

+ 101010,111

1001110,100

- Se elimina el 1 de la izquierda y se suma encolumnado con el último dígito de la cifra, sin importar la coma decimal.

100011,101

+ 101010,111

001110,100

+ 1

1110,101 (resultado)

Las comprobaciones pueden realizarse convirtiendo a decimal las cifras del minuendo y del sustraendo y realizando la resta.

Ejemplo: $100011,101 = 35,625$

– 10101 = 21

1110,101 14,625

Otro modo de controlar el resultado es sumar el mismo al sustraendo, debiendo obtenerse el minuendo.

100011,101

- 10101 +

1110,101

CONVERSIONES ENTRE LOS DISTINTOS SISTEMAS

- **Binario a decimal**: se suman los productos de todos los valores posicionales por el número que ocupa la posición.

Ej. Número binario: 1 1 0 1, 0 1

Multiplicado por x x x x x x

Valor posicional: 8 4 2 1 0,5 0,25 ($2^3 2^2 2^1 2^0 2^{-1} 2^{-2}$ respectivamente)

$8 + 4 + 0 + 1 + 0 + 0,25 = 13,25$ (decimal)

Recuerde, el valor posicional es la base del sistema elevada al número de la posición que ocupa el número.

- **Hexadecimal a decimal**: se multiplica el número representado por el valor posicional que le corresponde, y se suman los resultados:

Ej. AE1B = $A \times 16^3 + E \times 16^2 + 1 \times 16^1 + B \times 16^0$

= $10 \times 4096 + 14 \times 256 + 1 \times 16 + 11 \times 1$

= $4060 + 3584 + 16 + 11 = (44571)_{10}$

- **Octal a decimal**: se debe realizar la suma de los productos que se obtienen de multiplicar cada dígito octal-coincidente en valor con el análogo decimal – por el peso en decimal de la posición octal que ocupa:

Ej. $374148 = 3 \times (4096) + 7 \times (512) + 4 \times (64) + 1 \times (8) + 4 \times (1) = (16140)_{10}$

- **Decimal o binario**: para cambiar de base decimal a cualquier otra base se divide el número que se quiere convertir por la base del sistema al que se quiere cambiar, los resultados que se obtengan en el cociente debe seguir dividiéndose hasta que este resultado sea menor que la base. Los residuos que resulten de todas las divisiones en orden progresivo se irán apuntando de derecha o izquierda.

Ej.: convertir el número decimal 39 a binario.

$39 : 2 = 19$ Resto = 1

$19 : 2 = 9$ Resto = 1

$9 : 2 = 4$ Resto = 1

$4 : 2 = 2$ Resto = 0

$2 : 2 = 1$ Resto = 0

(1 0 0 1 1 1)₂

Algoritmo parte entera: para convertir $N = (0,5821)_{10}$ en su equivalente binario multiplique N y cada parte fraccional sucesiva por la base (2 en este caso), observando la parte entera del producto, como sigue:

Ej. *Multiplicaciones Partes enteras*

$$0,5821 \times 2 = 1,1642 \text{ 1}$$

$$0,1642 \times 2 = 0,3284 \text{ 0}$$

$$0,3284 \times 2 = 0,6568 \text{ 0}$$

$$0,6568 \times 2 = 0,3136 \text{ 0}$$

$$0,3136 \times 2 = 0,6272 \text{ 0}$$

Observe que la parte entera de cualquier producto puede ser solo cero o uno; ya que se están doblando números que son menores que uno. La sucesión de dígitos partes enteras de arriba hacia abajo, da el equivalente binario requerido.

Es decir $N = 0,5821$ es equivalente a $(0,1000)_2$, aproximadamente.

- ***Decimal a hexadecimal:*** el mecanismo de conversión es el mismo que el descrito en el ítem 3, pero dividiendo el número por 16, que es la base del sistema hexadecimal. Para convertir una fracción decimal a su equivalente hexadecimal, aplicamos el algoritmo parte entera, con base 16.
- ***Decimal a octal:*** mecanismo anterior, pero dividiendo por 8, hasta obtener un resto menor a 8.
- ***Binario a hexadecimal:*** se divide el número binario en grupos de cuatro dígitos binarios, comenzando desde la derecha y se reemplaza cada grupo por el correspondiente símbolo hexadecimal. Si el grupo de la extrema izquierda no tiene cuatro dígitos, se deben agregar ceros hasta completar 4 dígitos. Ejemplo: $(111110011011010011)_2 = 0011 / 1110 / 0110 / 1101 / 0011 = 3 \text{ E } 6 \text{ D } 3$
- ***Binario a octal:*** se lleva a cabo separando a partir de la derecha el número binario en tercetos y reemplazando uno de estos por el dígito octal equivalente según la tabla de la página 5.
- ***Hexadecimal a binario:*** de la misma manera, para convertir número hexadecimales en binarios reemplazando cada símbolo hexadecimal por el correspondiente grupo de cuatro dígitos binarios, y descartando los ceros innecesarios, es decir, los ceros de la izquierda.

Sistemas de Numeración